

RESISTÊNCIA LIMITE DE ELEMENTOS DE PLACA SUJEITAS A COMPRESSÃO LONGITUDINAL

José Manuel Gordo ¹

1: Unidade de Engenharia e Tecnologia Naval
Instituto Superior Técnico
Universidade Técnico de Lisboa
1096-001 Lisboa
e-mail: jgordo@mar.ist.utl.pt web: <http://www.mar.ist.utl.pt>

Palavras-chave: Métodos Numéricos; Placas; Resistência última; Imperfeições iniciais

Resumo. *O comportamento elastoplástico de placas simplesmente apoiadas sujeitas a compressão no plano é uma área de investigação em que foram desenvolvidos inumeros trabalhos durante as últimas décadas, e em que foram investigados a influência dos diversos parâmetros na resistência limite de placas à compressão. No entanto existem, paradoxalmente, um número reduzido de trabalhos na área da resistência compressiva de placas não reforçadas com condições fronteira mais representativa daquelas que se encontram nas estruturas reais com continuidade longitudinal e transversal. O presente estudo considera condições limite de restrição aos deslocamentos e rotações nos apoios, vulgarmente designadas por placas restringidas, e que são consideradas mais representativas da inserção da placa em estruturas reais. Estuda-se a influência das imperfeições iniciais na resistência da placa em que se considera tanto a variação da amplitude das imperfeições como a forma geométrica das mesmas. São deduzidas expressões que permitem estimar as consequências da sua existência no comportamento de placas restringidas.*

1 INTRODUÇÃO

Um dos aspectos determinantes da resistência das placas consiste nas condições fronteira a que estão sujeitos os seus bordos. É vulgar definir o estado de apoio nos bordos em duas grandes categorias: placas *encastradas* e *simplesmente apoiadas*. Esta classificação diz unicamente respeito à rotação dos bordos, sendo evidente a escolha da condição simplesmente apoiado para modelar as placas dos painéis dos navios, devido ao modo de colapso em placas sucessivas se apresentar alternadamente abaixo e acima do plano do painel. Na realidade existe algum efeito de mola rotacional resultante da reacção dos reforços longitudinais e balizas à rotação, o qual não é tido em conta.

Relativamente aos movimentos lineares dos bordos no plano da chapa, cada uma é dividida em três subcategorias, a saber: restringidas (**R**), constrangidas (**C**) e não constrangidas (**U**). As placas denominam-se *restringidas* sempre que o movimento linear dos bordos no plano da placa e na direcção perpendicular ao bordo é nulo. Chamam-se *constrangidas* quando este

movimento linear do bordo é permitido mas este permanece direito, isto é, a força total aplicada ao bordo é nula. *Não constrangida* designa a placa em que qualquer ponto do bordo não está sujeito a qualquer reacção naquela direcção, isto é, não existe qualquer restrição ao movimento no plano.

Do ponto de vista das estruturas navais parece correcto considerar as placas restringidas como as mais representativas dos elementos de placa existentes nos painéis, quer devido às dimensões dos painéis quer devido à existência de balizas normalmente pouco esbeltas e com uma área transversal razoável comparativamente à área da placa. De resto, este deverá ser o principal parâmetro decisório na definição do grau de constrangimento a que estão sujeitos os bordos.

De seguida estuda-se em detalhe a influência das balizas na definição das condições fronteira e grau de constrangimento, completando-se o estudo com a comparação da resistência para os diversos casos de constrangimento.

2 ACÇÃO DAS BALIZAS NAS CONDIÇÕES FRONTEIRA

A acção das balizas na definição das condições fronteira merece uma análise mais detalhada por forma a permitir quantificar o erro eventualmente envolvido quando se utiliza um código de dimensionamento. Considere-se a zona central de um painel sujeito a esforços longitudinais de compressão. Os elementos de placa ficam sujeitos a encurtamentos entre os topos de que resulta uma tendência para a expansão lateral devido ao efeito de Poisson. Estão, no entanto, praticamente impedidos de se alongarem lateralmente, entre bordos, pela reacção das balizas a este movimento global e são, além disso, obrigadas a manterem-se direitos pela acção das placas adjacentes e dos reforços longitudinais.

O estado de tensão médio a que fica sujeito o bordo, nestas condições e considerando que o material se comporta de uma forma linear e elástica, é dado por:

$$\sigma_t = \sigma_{tr} \cdot \frac{A_b}{A_{pt} + A_b} \quad (1)$$

e a tensão aplicada na baliza estimada por:

$$\sigma_b = -\sigma_{tr} \cdot \frac{A_{pt}}{A_{pt} + A_b} \quad (2)$$

o que permite concluir que a tensão efectiva no bordo da placa real (σ_t) depende não só da tensão no bordo da placa equivalente e restringida (σ_{tr}) mas também da razão entre as áreas do bordo (A_{pt}) e da baliza (A_b). Desta forma o carregamento da placa é de facto biaxial em vez de uniaxial.

As placas localizadas em zonas periféricas do painel tenderão a comportarem-se como não restringidas devido à baixa acção constrangedora da estrutura envolvente, pelo menos do lado mais exterior da placa.

2.1 Grau de constrangimento

A investigação da importância do grau de constrangimento dos bordos na resistência última de placas permitirá aferir da necessidade de correcções à previsão de resistência normalmente utilizada e a qual reporta a placas simplesmente apoiadas e restringidas.

Para tal foi desenvolvido um estudo sistemático baseado num programa de elementos finitos, PANFEM [1], envolvendo placas de razão de dimensões igual a 3 e cobrindo a gama de esbelteza mais usual em navios, Guedes Soares [2] e Kmiecik [3]. Este programa permite modelar as deformações iniciais e tensões residuais e efectuar uma análise baseada no comportamento elastoplástico do material do elemento placa. As imperfeições geométricas impostas envolvem cinco termos da série de Fourier, m de 1 a 5, sendo o modo 3 o de maior amplitude promovendo, desta forma, o colapso da placa no modo crítico elástico.

A Tabela 1 resume os resultados obtidos para a resistência última, explicitando a variação desta quando as condições fronteira nos bordos não 'carregados' passam de restringidas a constrangidas. Como é observável, a diferença nunca excede os $\pm 10\%$, sendo os valores maiores obtidos nos extremos do domínio da esbelteza, isto é, $\beta < 1$ e $\beta > 4$. A esbelteza da placa é definida como $\beta = b/t \cdot \sqrt{\sigma_o/E}$, onde b e t são a largura e espessura da placa, σ_o e E a tensão de cedência e o módulo de elasticidade inicial do material.

$\alpha=3$	U	C	R					R/C-1
β	ϕ_{ux}	ϕ_{ux}	ϕ_{ux}	ϕ_{uy}	ϕ_{my}	$\bar{\epsilon}_{xx}$	$\bar{\epsilon}_{xy}$	%
0,845	0,987	0,992	1,054	0,296	0,297	1,06	1,12	+6,25
1,352	0,898	0,903	0,883	0,180	0,189	1,00	0,85	-2,21
1,690	0,793	0,812	0,790	0,087	0,119	0,99	0,70	-2,71
2,535	0,593	0,646	0,650	-,019	0,062	0,91	0,35	+0,62
3,381	0,486	0,556	0,571	-,079	0,030	0,87	0,18	+2,70
4,226	0,406	0,487	0,451	-,042	-,071	0,98	0,68	-7,39

Tabela 1 Resistência última de placas simplesmente apoiadas ($\alpha=3$) com diferentes graus de constrangimento: U - não restringidas, C - constrangidas, R - restringidas.

As placas restringidas com $\beta < 1$ apresentam resistência superior à unidade devido ao estado biaxial e compressivo de tensões confirmando as conclusões de Guedes Soares [4]. Repare-se que, de acordo com o critério de von Mises, a tensão de compressão na direcção longitudinal pode atingir $1,125\sigma_o$, sendo de $1,054\sigma_o$ o valor calculado para a placa com $\beta=0,845$ apesar do valor elevado das distorções ($w/t=0,185\beta^2$). Para a mesma esbelteza, a placa constrangida tem uma tensão máxima próxima da tensão de cedência e ligeiramente superior à resistência da placa não restringida. Qualquer destes resultados seria esperado já que em placas pouco esbeltas o colapso é essencialmente plástico e a imposição dos bordos permanecerem direitos aumenta a rigidez da placa. Esta última conclusão é generalizável a toda a gama de esbelteza sendo possível encontrar um aumento linear de resistência quando se passa de uma condição

fronteira para a outra, Figura 1, a qual pode ser representada analiticamente por:

$$\frac{\sigma_{mU}}{\sigma_{mC}} = 1,061 - 0,054\beta \quad (3)$$

com valor máximo de 1 e onde σ_{mU} e σ_{mC} representam as tensões máximas das placas não restringidas e constrangidas, respectivamente. Este valor máximo é obtido em placas espessas para as quais é indiferente a situação dos bordos desde que não se gerem globalmente esforços de tracção ou compressão nos mesmos, de que são exemplo as placas restringidas.

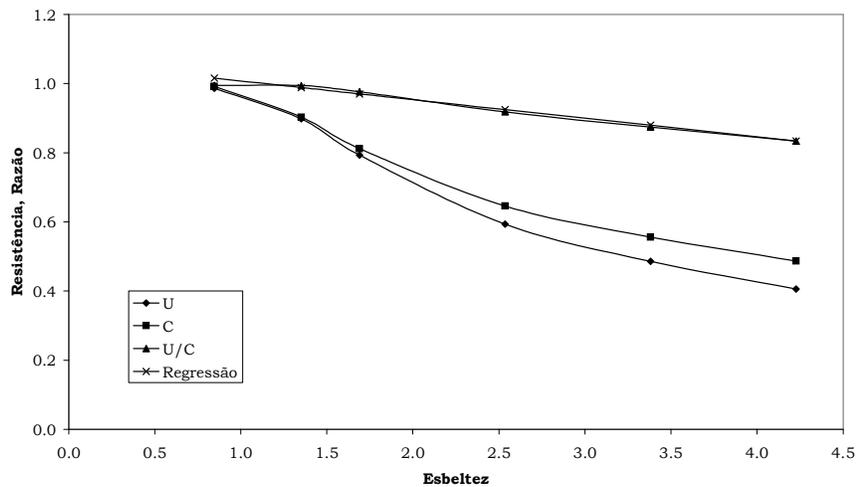


Figura 1 Variação na resistência de placas simplesmente apoiadas devido ao constrangimento dos bordos e comparação com a respectiva regressão linear.

Uma expressão semelhante foi apresentada por Valsgard [5], também para placas com razão de dimensões igual a 3, tomando como referência a resistência da placa não constrangida:

$$\frac{\sigma_{mC}}{\sigma_{mU}} = 0,94 + 0,058\beta, \quad \text{com mínimo de } 1,0 \quad (4)$$

As duas expressões são bastante semelhantes, apresentando diferenças inferiores a 1% na gama normal de esbelteza, apesar de terem sido obtidas com programas de elementos finitos diferentes (NSHELL e PANFEM), imperfeições iniciais, propriedades do material e modelos diferentes.

A redução de resistência é significativa em placas não restringidas e muito esbeltas, podendo atingir os 15%. Esta variação da redução de resistência é consequência directa do tipo de colapso e da relação deste com a amplitude das deformações. Quando a esbelteza aumenta, o colapso dá-se cada vez mais por instabilidade elástica provocando grandes deformações nessa fase. O nível destas deformações está directamente relacionado com a amplitude dos

movimentos no plano de cada ponto dos bordos, de forma a diminuir as tensões transversais em cada secção da placa, como se pode ver na Figura 2 em que se representam as tensões de membrana que se desenvolvem em cada uma das placas.

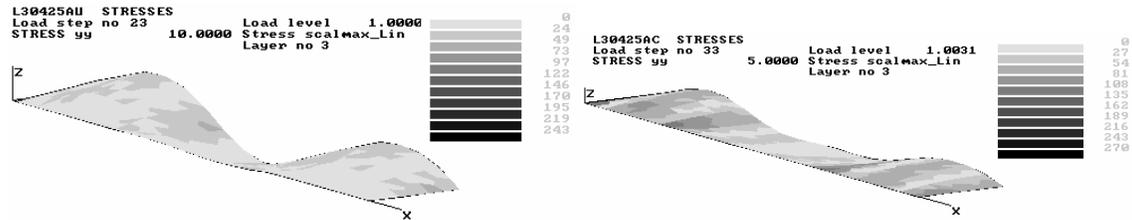


Figura 2 Estado de tensão transversal a meia espessura de placas simplesmente apoiadas não restringidas (em cima) e constrangidas (em baixo) com $b/t=125$.

Nas placas constrangidas este movimento é limitado devido à obrigatoriedade dos bordos se manterem direitos, contribuindo, assim, para a redução da deformada máxima e das tensões de flexão na parte central da placa. Desta redução da deformada resulta uma resistência longitudinal acrescida, o que é perfeitamente visível através da existência do patamar central na placa constrangida.

A evolução da deformada das placas constrangidas é muito mais suave do que a das não restringidas. Pode ser detectado nestas últimas um grande aumento da deformada imediatamente a seguir ao colapso, o qual se dá a uma extensão normalizada próxima de 1 para ambas as placas, Figura 3.

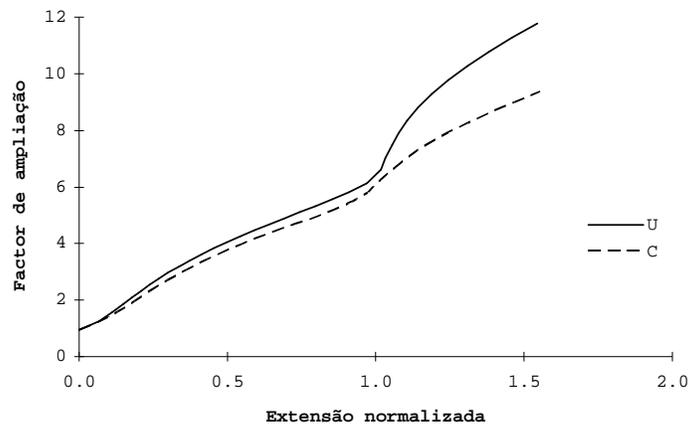


Figura 3 Comparação da deformada no nó com maior deformação pós colapso para uma placa de esbeltez 4,25.

É de realçar que o colapso em todas as placas estudadas se apresenta perfeitamente localizado e acontece na região onde as imperfeições iniciais são maiores, na maioria dos casos. Casos especiais em que o colapso se dá em zonas onde as distorções não são inicialmente máximas,

surtem sempre que estas estão localizadas em regiões do meio da placa, as distorções em locais próximos dos topos não são negligenciáveis e as tensões transversais de tracção a meio da placa são relevantes. Estas condições são satisfeitas por algumas placas esbeltas para as quais o efeito do aumento da deformação com o carregamento, induzindo transversalmente tracção, se sobrepõe ao efeito de Poisson, o qual induz compressão.

De resto, o equilíbrio ou desequilíbrio entre estas duas acções antagónicas está bem ilustrado na Figura 3 através da mudança de curvatura da curva do factor de ampliação da deformada vs. extensão de compressão normalizada. Até cerca de 20% da extensão de cedência, a curvatura é positiva porque nesta fase as deformações são baixas não se desenvolvendo as forças de tracção capazes de contrariar a sua ampliação. A partir daí e até à extensão de cedência, as forças de tracção transversais que se desenvolvem são suficientes para retardar a taxa de variação das deformações. Quando os bordos entram em escoamento plástico dá-se uma estacionaridade das forças de tracção devido ao aumento do coeficiente de Poisson o que permite momentaneamente ter aumentos das deformações extremamente elevados. Este fenómeno acontece num intervalo muito curto das extensões (0,9 a 1,1 da extensão de cedência) sendo seguido de uma região onde a curvatura se torna novamente negativa pelas razões já apontadas.

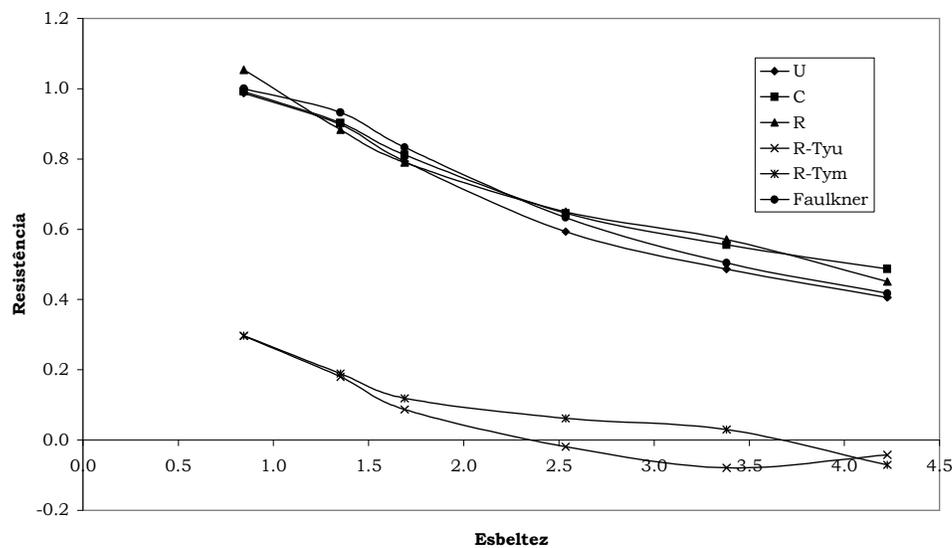


Figura 4 Resumo gráfico do efeito do grau de constrangimento em placas simplesmente apoiadas de razão de dimensões 3.

Na Figura 4 mostra-se a comparação entre as tensões máximas obtidas para as placas com $\alpha=3$ e a equação de Faulkner [6]:

$$\phi_F = \frac{2}{\beta} - \frac{1}{\beta^2} \tag{5}$$

No entanto, esta comparação é meramente indicativa já que não foi seguido nenhum critério especial para variar as distorções com a esbeltez.

Parece evidente que a fórmula de Faulkner segue a resistência máxima das placas constrangidas na zona das placas espessas aproximando-se da resistência das placas não restringidas para esbeltez elevada, o que não é de estranhar sabendo que na origem da fórmula estão um conjunto de resultados experimentais e a dificuldade de aplicar verdadeiras condições fronteiras nesses testes.

Estão ainda representados o primeiro extremo relativo da tensão transversal, aqui designado por tensão transversal máxima, T_{ym} , e a tensão transversal no momento do colapso ou última, T_{yu} , para placas restringidas. Torna-se evidente a existência de duas zonas distintas: em placas espessas, o efeito de Poisson suplanta o efeito do aumento da deformada, sendo o estado global de compressão biaxial; em placas esbeltas a importância relativa dos efeitos é inversa, sendo o estado de tensões resultante de compressão devida ao carregamento e de tracção na direcção perpendicular ao carregamento.

3 PLACAS SUJEITAS A RESTRIÇÃO TOTAL

A secção anterior comparou a resistência de placas que globalmente estavam sujeitas a um carregamento unidireccional puro, isto é, em que a força total nos bordos é nula apesar de localmente poder existir um estado biaxial de tensões. Passa-se agora a analisar em detalhe as consequências de uma restrição total ao deslocamento.

3.1 Placas espessas – $b/t=25$ e 40

A Figura 5 mostra o comportamento de placas simplesmente apoiadas de razão de dimensões (α) 3 e uma razão de largura sobre a espessura (b/t) de 25. Não são identificáveis diferenças substanciais entre as placas não restringidas e constrangidas. As placas restringidas apresentam uma rigidez e resistência superior às restantes devido ao efeito de Poisson o qual gera um estado de compressão biaxial.

O mesmo tipo de comportamento é observável nas placas espessas, $b/t=40$, Figura 6. No entanto, nestas placas não existe grande diferença na resistência para as diferentes condições fronteira. Na fase elástica é identificável uma maior rigidez da placa restringida até uma compressão de 80% da extensão de cedência, extensão para a qual ocorre uma estacionaridade das tensões transversais. O nível das tensões transversais é bastante inferior ao das placas muito espessas, cerca de metade.

3.2 Placas semi-esbeltas – $b/t=60$ e 80

Para $b/t=60$, valor representativo das placas ditas intermédias, o comportamento está no limite do domínio plástico sendo as interacções resultantes do desenvolvimento de grandes deformações bastante importantes na redução da resistência longitudinal e no nível de tensões transversais que apesar de tudo se mantêm positivas, Figura 7.

Nas placas esbeltas com $b/t=80$ cujos resultados se apresentam na Figura 8, a perda de rigidez

inicia-se muito mais cedo, sendo evidente uma redução do módulo tangente da placa a uma extensão normalizada de 0,25 para a qual corresponde o máximo da tensão de compressão transversal da placa restringida.

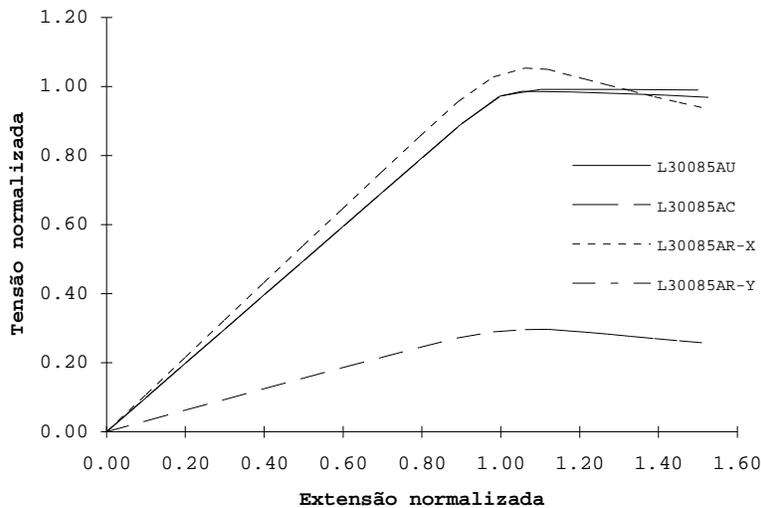


Figura 5 Curvas tensão extensão de placas muito espessas com $\alpha=3$, $\beta=0,85$.

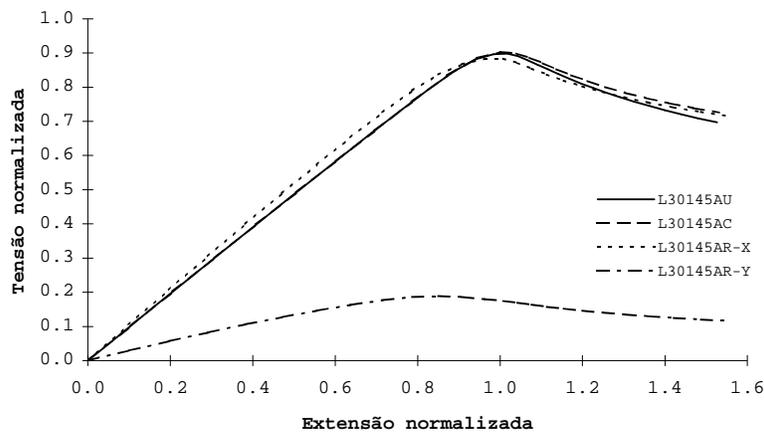


Figura 6 Curvas tensão extensão de placas espessas com $\alpha=3$, $\beta=1,35$.

As curvas de carga longitudinal apresentam um comportamento bastante semelhante até cerca de metade da extensão média de cedência, mas a partir deste ponto a placa não restringida mostra-se muito mais fraca, quer no colapso quer no pós colapso. Repare-se que para esta esbelteza já se notam tensões transversais de tracção não negligenciáveis antes e depois do colapso, existindo uma certa estacionaridade nesta última fase.

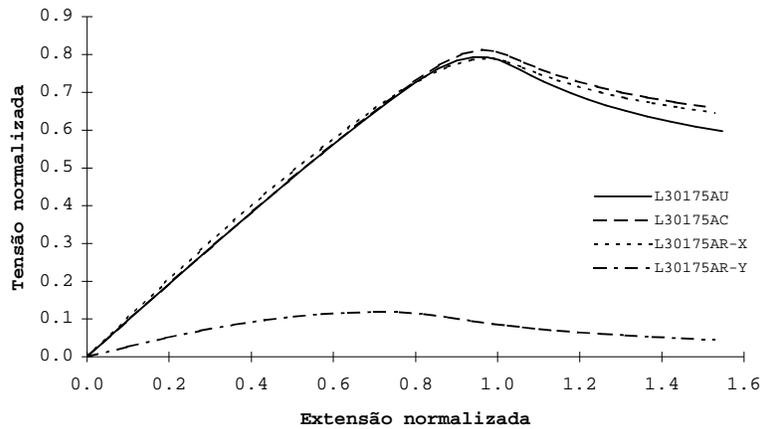


Figura 7 Curvas tensão extensão de placas espessas com $\alpha=3$, $\beta=1,69$.

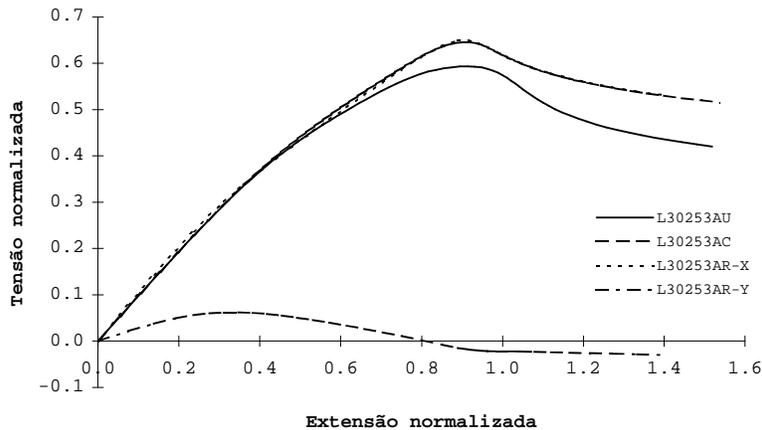


Figura 8 Curvas tensão extensão de placas espessas com $\alpha=3$, $\beta=2,54$.

3.3 Placas esbeltas - $b/t=100$

As placas esbeltas com $b/t=100$ (Figura 9), não apresentam diferenças significativas entre placas constrangidas e restringidas, sendo, no entanto, a resistência máxima destas últimas ligeiramente superior.

As placas não restringidas são significativamente menos resistentes do que as restantes e o seu comportamento pós colapso é completamente diferente. Nota-se um retardo acentuado na extensão de colapso, sendo esta inferior a ϵ_o nos casos constrangidos e restringidos, e bem superior a ϵ_o , cerca de 20% mais no caso da placa não restringida.

Na fase inicial de carregamento as três placas apresentam o mesmo comportamento o qual se torna diferenciado a partir do ponto de início de perda de efectividade. Esta perda de efectividade é resultante do desenvolvimento da deformada, significando pois que as placas

não restringidas com $b/t=100$ são mais afectadas por esta ampliação da deformada devido à inexistência das tensões transversais estabilizadoras.

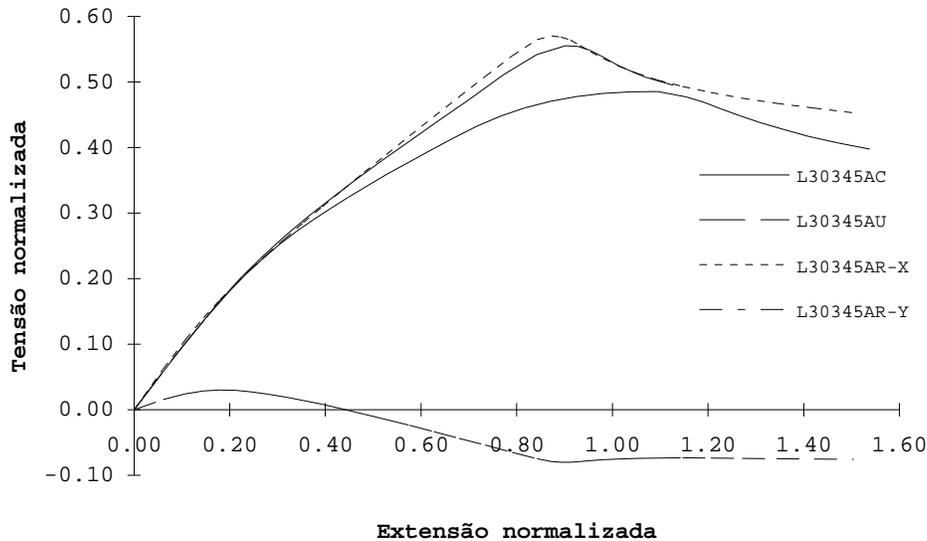


Figura 9 Curvas tensão extensão de placas com $\alpha=3$, $\beta=3,45$.

3.4 Placas muito esbeltas - $b/t=125$

As placas muito esbeltas e restringidas com $b/t=125$, têm um comportamento muito interessante já que mudam de modo de deformação a cerca de 70% do carregamento de cedência, como se pode ver na Figura 10.

Esta mudança de modo é resultado da acção das tensões transversais de tracção que se desenvolvem pelo aumento das deformações da placa, dando origem a um modo de deformação superior com tensões transversais tendencialmente nulas imediatamente a seguir à mudança de modo. Posteriormente, a placa apresenta uma rigidez e resistência menores mas o comportamento pós colapso é semelhante ao da placa constringida.

O resultado global desta mudança de modo consiste na obtenção de uma resistência máxima para a placa restringida 8% inferior à da placa constringida, o que não seria de esperar à partida em placas muito esbeltas. Esta mudança de modo de colapso é facilitada pelo valor bastante reduzido das imperfeições iniciais da placa estudada, $w/t=0,3866$ com amplitudes parciais nos 5 primeiros modos de 0,1, 0,1, 0,5, 0,1 e 0,1. A evolução da deformada pode ser observada na Figura 11 do lado esquerdo e no gráfico auxiliar no fundo à esquerda pode-se identificar a correlação entre o modo da deformada e o desenvolvimento de tensões de tracção transversal na placa.

A existência de uma componente com amplitude maior no 3º modo inibe a mudança de modo de colapso, forçando o colapso a dar-se no 3º modo, Figura 11 (lado direito) e Figura 10, placa

L30424AR com amplitudes das imperfeições de 0,1, 0,1, 1,0 e 0,1 nos quatro primeiros modos.

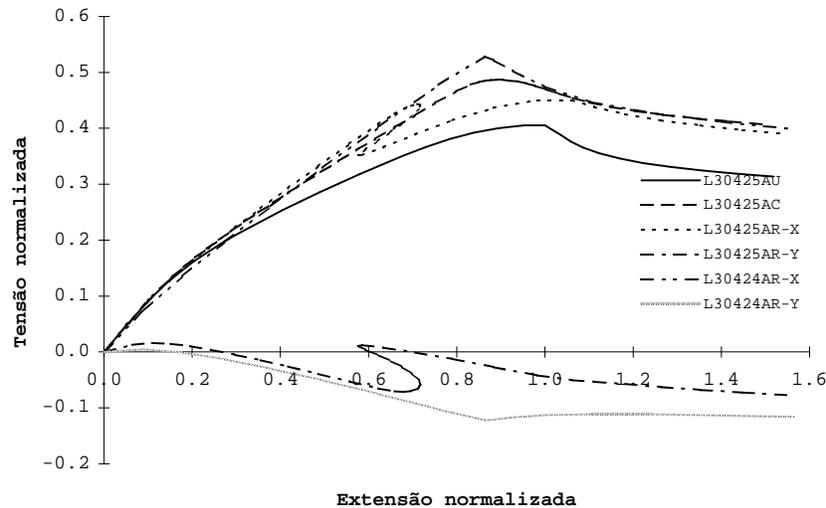


Figura 10 Curvas tensão extensão de placas com $\alpha=3$, $\beta=4,23$.

Quando se comparam os modos de colapso correspondentes às diversas condições fronteiras em placas com iguais imperfeições iniciais verifica-se uma grande diversidade de modos em resultado do maior ou menor desenvolvimento de forças de tracção transversal a meio da placa, a qual é a zona mais desapojada, Figura 12.

Finalmente chama-se a atenção para a variabilidade da resistência com as condições fronteira nestas placas tendo-se para placas não restringidas uma resistência normalizada de 0,406 e para a placa restringida, mais resistente, o valor de 0,529 a que corresponde uma diferença de 30%.

3.5 Quantificação das variações na resistência

Os efeitos das distorções na resistência das placas foram estudados por diversos autores. Carlsen e Czujko [7] mostraram que, apesar do efeito ser normalmente enfraquecedor, existem situações em se assiste a um aumento de resistência, nomeadamente quando a forma das distorções é bastante diferente do modo de colapso natural da placa. Esta situação é vulgarmente encontrada em navios com alguns anos de serviço, especialmente nas chapas de fundo, nas quais é induzido alguma deformação permanente com a forma de uma semi sinusóide entre reforços devido à acção conjunta das tensões residuais e da pressão lateral. No entanto este aumento de resistência é muito sensível a qualquer deformação local da chapa não devendo por isso ser incorporado no projecto [8].

Murray [9], Dwight e Little [10] propuseram que não se considere o efeito enfraquecedor das distorções para $\bar{\delta} < 0,23$ e $\alpha \gg 4$, enquanto Frieze *et al.* [11], Dwight e Ractliffe [12]

concluíram que este efeito não é negligenciável para $\bar{\delta} > 0,3$.

Guedes Soares [4] quantificou estatisticamente a perda de resistência da placa imperfeita quer devido ao efeito das tensões residuais quer das distorções ou ambas simultaneamente.

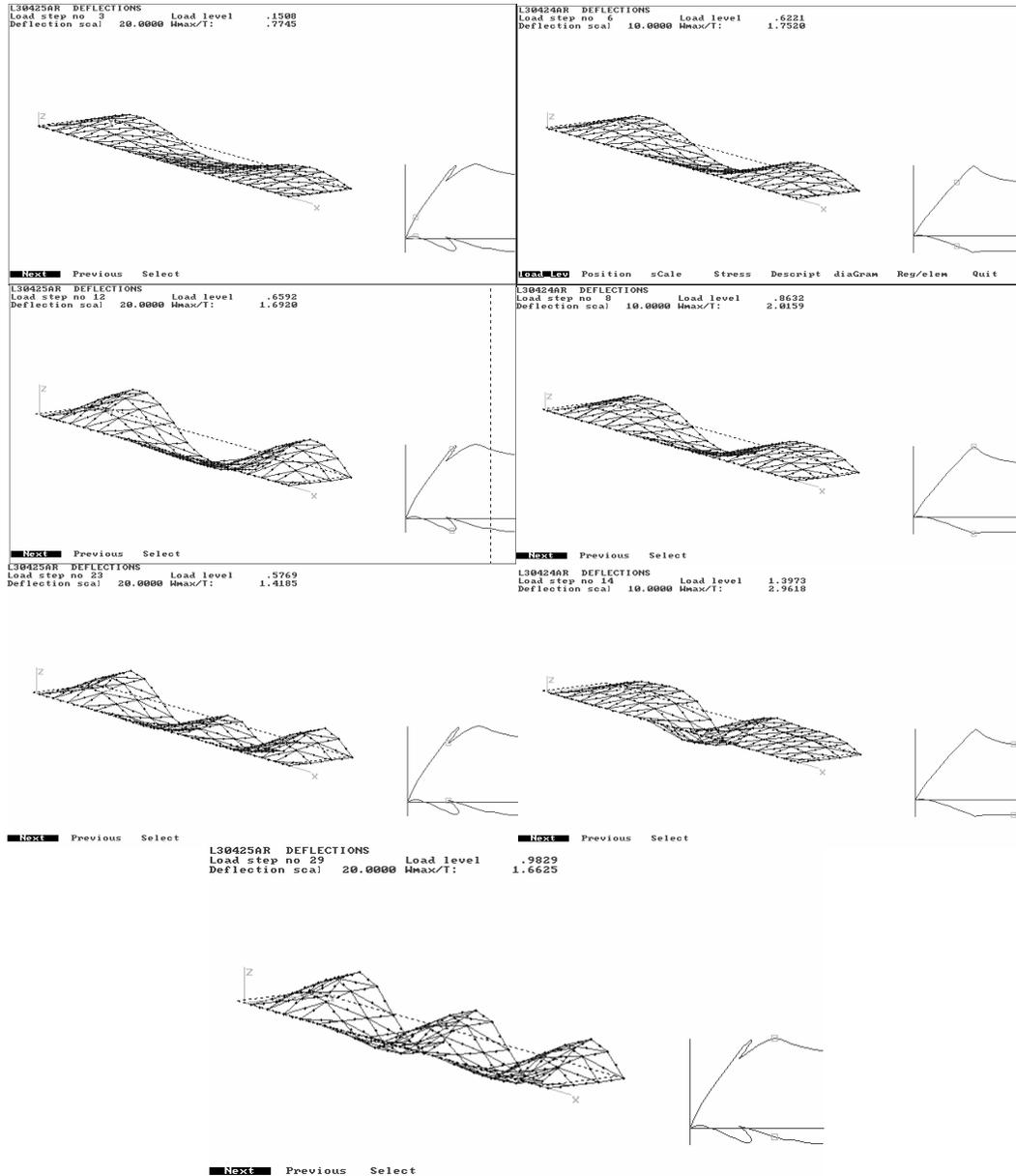


Figura 11 Carregamento e colapso de placas muito esbeltas ($b/t=125$) com diferentes amplitudes no modo crítico resultando em modos de colapso diferentes. Na coluna da esquerda mostra-se a evolução da deformada da placa com menor imperfeição no modo crítico.

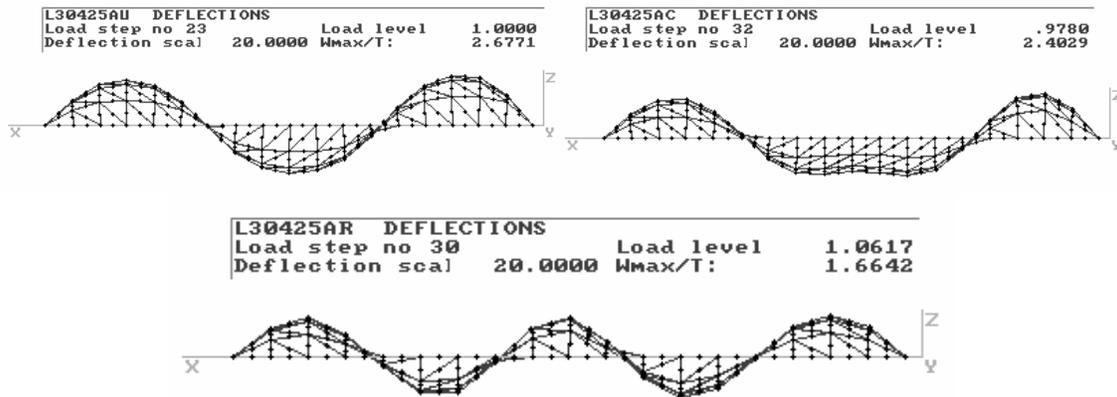


Figura 12 Modos de colapso em placas muito esbeltas com iguais imperfeições iniciais e diferentes condições fronteira: não restringidas (AU), constringidas (AC) e restringidas (AR).

3.6 Placas espessas

O estudo da influência das distorções foi efectuado em placas simplesmente apoiadas restringidas com diversas razões de dimensões. A Tabela 2 mostra as componentes das imperfeições geométricas de uma placa de razão de dimensões igual a 2 nas diversas componentes de Fourier. Nesta primeira fase as placas analisadas têm uma esbelteza de 1,69. Os modelos A e B privilegiam a componente fundamental a que corresponde uma tensão elástica crítica de grau superior, grupo *primário*, enquanto os modelos C e D apresentam a máxima amplitude na segunda componente longitudinal sendo de prever um modo de colapso correspondente à tensão crítica mínima, grupo *crítico*.

$\beta_0 = 1,69$ $\alpha=2$	a_{11} (mm)	a_{12} (mm)	a_{21} (mm)	a_{22} (mm)	a_{11}/a_{21}	Máximo (mm)
A	0,5	0,2	0,2	0,1	2,5	0,682
B	1,0	0,2	0,2	0,1	5,0	1,066
C	0,1	0,2	1,2	0,1	0,083	1,271
D	0,1	0,2	2,0	0,1	0,050	2,071
E	1,0	0,4	0,4	0,2	2,5	1,364
F	0,1	0,2	0,6	0,2	0,167	0,716

Tabela 2 Níveis de imperfeições iniciais utilizados numa placa de 5 mm de espessura, 500 mm de comprimento e 250 mm de largura.

Por outro lado, o valor máximo das imperfeições iniciais é crescente de A a D. Desta forma é possível analisar não só a influência da amplitude como também da forma das imperfeições geométricas.

Na Tabela 3 resume-se os resultados obtidos para a resistência máxima, extensão última e de

início de plasticidade, e, ainda, do modo de colapso observado.

$\beta_0 = 1,69$ $\alpha=2$	w/t	ϕ	$\bar{\epsilon}_u$	$\bar{\epsilon}_{pl}$	Modo de colapso
A	0,1364	0,886	0,888	0,848	m=1→2
B	0,2131	0,917	0,934	0,843	m=1→2
C	0,2541	0,798	1,100	0,780	m=2
D	0,4141	0,766	1,199	0,844	m=2
E	0,2729	0,886	0,917	0,821	m=1→2
F	0,1431	0,829	1,032	0,745	m=2

Tabela 3 Resistência longitudinal de placas rectangulares com vários níveis de imperfeições iniciais. * A extensão calculada representa o início de perda de efectividade da placa e não o início de plastificação.

As placas do grupo primário (A e B) apresentam uma resistência máxima superior às do grupo crítico (C e D), tal como seria de esperar das amplitudes relativas das diversas componentes de Fourier. A dependência dentro de cada grupo é, também, diversa.

No grupo primário, o aumento das imperfeições conduz a um aumento de resistência devido ao aumento relativo da preponderância do 1º modo (m=1). Na placa A, a razão a_{11}/a_{21} é de 2,5 enquanto na B esta razão é de 5. Repare-se que mantendo a razão entre as amplitudes das componentes e aumentando a amplitude máxima não se verifica variação de resistência assinalável, placas A e E.

No grupo crítico passa-se o contrário. O aumento das imperfeições faz diminuir a rigidez e resistência da placa por a sua forma coincidir com a do modo de colapso correspondente à tensão crítica mínima, como se pode ver na Figura 13. Esta conclusão está de acordo com a descrição normal do efeito das distorções na resistência.

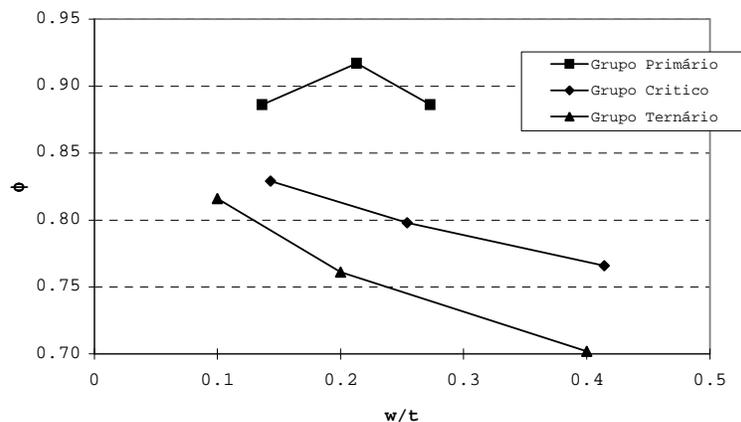


Figura 13 Resistência versus imperfeições em placas semi espessas, $\beta=1,69$ e $\alpha=2$, e por grupos de formas das imperfeições.

Para esta esbeltez, $\beta=1,69$, um aumento de 63% nas distorções corresponde uma degradação de resistência de 4%, placas C e D. Repare-se que a fórmula de Faulkner prevê um valor de 0,833 para esta placa e a regressão linear dos resultados do grupo crítico apresenta a seguinte expressão, $\phi_u(1,69)=0,860-0,230w/t$, o que transformado em termos da previsão de Faulkner e evidenciando a degradação por efeito das imperfeições iniciais resulta em:

$$\phi_u = 1,032\phi_F \left(1 - 0,267 \frac{w}{t} \right) \quad (6)$$

Nota-se que a resistência da placa ‘perfeita’ é 3,2% superior à resistência prevista pela equação de Faulkner (5). As diferenças acentuadas de comportamento e resistência face à amplitude e forma das distorções destes dois grupos vem levantar a questão se existem dois grupos distintos de resistência a eles associados, ou, se pelo contrário, existe uma continuidade da resistência máxima ao passar de um para o outro.

Nesse sentido estudou-se uma placa com igual amplitude da primeira e segunda componentes longitudinais, placa G, e com amplitude das imperfeições da mesma ordem de grandeza das placas E e C. A resistência da placa é semelhante à da placa crítica C, +2,3%, e claramente inferior à da placa com o modo primário dominante, -8,1%.

O colapso desenvolve-se localmente na zona onde as imperfeições são inicialmente menores. Este fenómeno é comum a todas as placas em que o colapso está associado à mudança da forma da deformada e é de alguma forma de difícil explicação, já que as zonas onde as imperfeições iniciais são maiores estão sujeitas a maiores tensões nos bordos devido a uma pior distribuição transversal de carga na fase de pré colapso. Além disso, na parte central da zona com maiores amplitudes de distorções o momento flector aplicado é aparentemente maior devido ao maior braço; no entanto a força por unidade de comprimento aplicada é concerteza menor do que na parte central da zona com menores distorções. A deformada final da placa parece apontar, pois, para uma maior importância da uniformidade das tensões em detrimento da maior amplitude local das imperfeições. Esta uniformidade de tensões faz com que a tensão ‘crítica’ seja atingida a encurtamentos médios menores e conseqüentemente os fenómenos de instabilidade local se façam sentir mais intensamente nestas zonas, enquanto na zona de imperfeições iniciais maiores a plastificação dos bordos é o fenómeno dominante mesmo no caso das placas intermédias.

O último aspecto analisado neste grupo de placas refere-se à resistência de placas com modo inicial ternário, isto é, com um modo superior ao modo crítico da placa, $m=\alpha+1$. Assim, foram analisadas três placas, Q, R e S, com modo dominante igual a três e diferentes amplitudes das imperfeições, tendo-se concluído que o modo de colapso coincide com o modo inicial e que a resistência destas placas é inferior à das placas com modo de colapso crítico. Foi ainda possível identificar uma redução da resistência com o aumento da amplitude das imperfeições. A quebra de simetria foi assegurada pela introdução de uma pequena componente no modo crítico.

Utilizando a técnica já usada para estabelecer a equação (6), a resistência máxima para este modo de colapso ($m=3$ com $\alpha=2$) pode ser aproximada por:

$$\phi_u = 1,015\phi_F \left(1 - 0,435 \frac{w}{t}\right) \quad (7)$$

expressão esta que mostra uma menor resistência da placa ‘perfeita’ associada a este modo de colapso como se pode constatar na Figura 13 e uma maior redução de resistência devida às distorções quando comparada com as placas com modo de colapso crítico cuja resistência é dada pela equação (6).

3.7 Placas esbeltas

A resistência das placas esbeltas com razão entre a largura e a espessura (b/t) de 100 apresenta características interessantes relativamente à dependência do modo de colapso e das imperfeições iniciais.

Assim, as placas A, C e E pertencentes ao grupo crítico, com imperfeições iniciais da mesma forma do modo de colapso preferencial, reduzem a resistência com o aumento das imperfeições iniciais. Esta redução é no entanto muito baixa, 1,5%, entre os extremos das distorções consideradas.

Pelo contrário, as placas do grupo primário, B, D e F, apresentam um aumento de resistência com o aumento das distorções; as variações de resistência são muito acentuadas neste grupo devido à alteração do modo de colapso com o aumento das distorções, Figura 14.

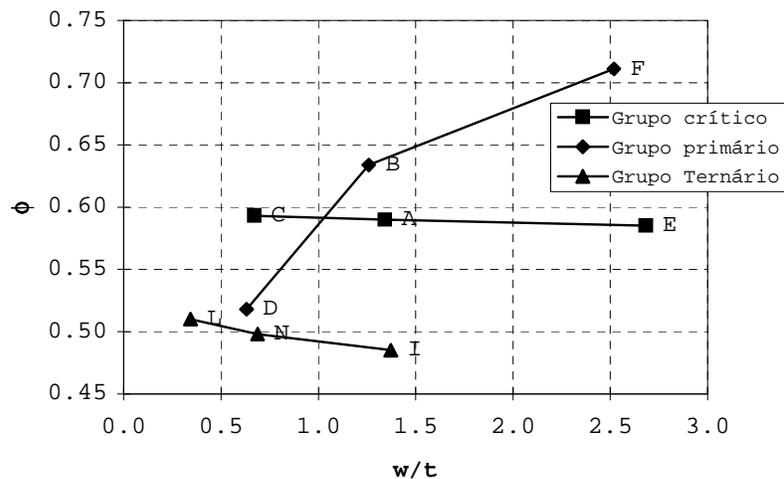


Figura 14 Resistência versus imperfeições em placas esbeltas, $\beta=3,38$ e $\alpha=2$, e por grupos de forma das imperfeições.

A placa com distorções mais pequenas, D, tem um máximo relativo no modo 1 mas imediatamente degenera no 3º modo atingindo a resistência máxima (0,518) neste modo. Nota-se perfeitamente na sequência apresentada na Figura 15 que o primeiro máximo ocorre

com o início do desenvolvimento do 3º modo e restabelece-se a fase ascendente de carga quando a deformada a meio transpõe o plano base da placa, adquirindo um modo ternário quase perfeito no colapso final.

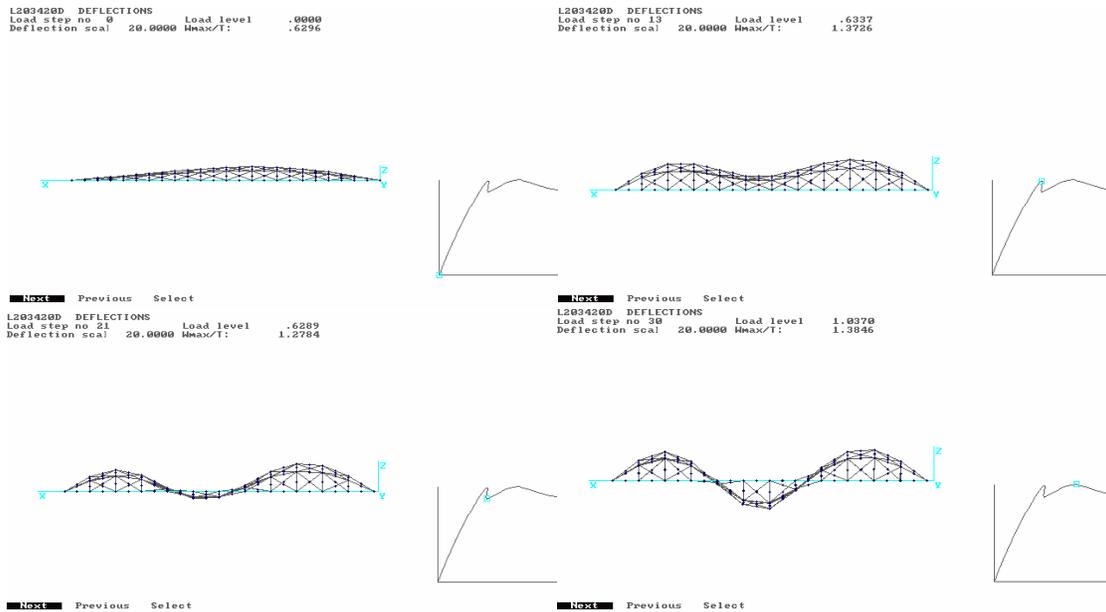


Figura 15 Deformada da placa D antes e no colapso. Os gráficos à direita indicam o ponto de carga da curva força-deslocamento.

A placa com distorções médias (B) atinge o colapso no 1º modo (0,590, isto é, mais 13% do que a anterior) assumindo uma configuração pós colapso que é uma combinação do segundo e quarto modos, $2^\circ + 2 \cdot 4^\circ$, ou dito de outra forma, degenera num modo ternário imperfeito em que uma das semi-ondas é maior do que as outras duas como se pode ver na Figura 16.

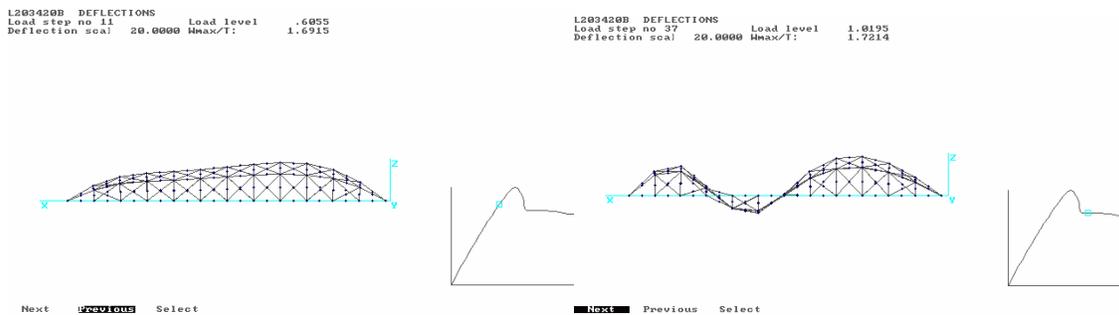


Figura 16 Deformada da placa B antes e após colapso. Os gráficos à direita indicam o ponto de carga da curva força-deslocamento.

Na placa com grandes imperfeições, F, domina o modo primário ao longo de toda a gama de

extensões apesar do aparecimento de uma componente ternária que no entanto não se desenvolve suficientemente para se tornar dominante. Em consequência a resistência da placa F é 20% superior à da placa B, ou seja uma variação de 37% entre os dois extremos de distorções analisadas.

A previsão de Faulkner para esta esbeltez é de 0,504 o que leva à conclusão que ela representa o grupo de placas com resistência mais baixa, ou seja o grupo ternário. A variação de resistência deste grupo com a amplitude das imperfeições pode ser expressa por $\phi_u(3,38) = 0,517 - 0,024 w/t$, a qual pode ser transformada em:

$$\phi_u = 1,025\phi_F \left(1 - 0,046 \frac{w}{t} \right) \quad (8)$$

Esta redução de resistência representada pelo 3º factor do segundo termo é a maior de entre os três grupos considerados mas apesar disso é bastante pequena em valor absoluto o que confirma a fraca contribuição da amplitude das distorções para a variação da resistência das placas esbeltas e restringidas. O coeficiente redutor é cerca de seis vezes superior nas placas semi espessas, equação (6).

A análise das placas quase perfeitas foi efectuada utilizando uma imperfeição inicial de 1% da espessura nos modos primário, placa H, e no crítico, placa G. Esta última apresenta o mesmo modo de deformação durante todo o carregamento observando-se, no entanto, uma variação importante no módulo estrutural tangente a meio do carregamento, como se pode ver no gráfico do lado direito da Figura 18 representando a curva força-deslocamento axial.

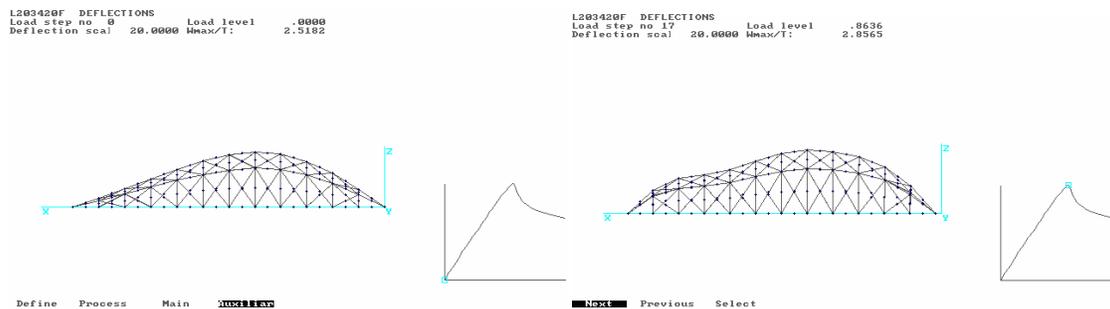


Figura 17 Deformada da placa F antes e no colapso. Os gráficos à direita indicam o ponto de carga da curva força-deslocamento.

A placa H apresenta um modo ternário de colapso dando-se a passagem do modo primário ao ternário no regime elástico auxiliada pela existência das forças de tracção que se desenvolvem transversalmente devidas ao aumento da deformada. A passagem ao modo crítico ($m=2$) está impossibilitada devido à total simetria do modelo.

Para testar esta última afirmação gerou-se uma placa semelhante à H mas com uma pequena perturbação que quebre a simetria, placa M. O aspecto da placa durante o carregamento evoluiu desde o modo primário dominante na fase inicial, passando por um modo ternário prematuro a que correspondeu um máximo relativo da curva tensão extensão com o valor de

0,365 o qual é muito próximo da tensão crítica elástica para $m=3$ ($\phi_{c3}=0,370$), tendo degenerado no modo crítico mínimo, $m=2$, para o qual foi atingida a resistência máxima, $\phi=0,600$. Este valor é bastante superior ao valor obtido para a placa H, $\phi=0,527$, podendo-se concluir que este baixo valor não deve ser considerado já que a probabilidade de encontrar, na realidade, placas com imperfeições iniciais reduzidas e no modo ternário perfeito é praticamente nula e qualquer perturbação na geometria conduz a um modo de colapso diferente. De resto, isso mesmo foi comprovado na placa K, unicamente com imperfeições iniciais ternárias muito reduzidas, em que a assimetria gerada pela truncagem numérica foi suficiente para fazer evoluir o modo de colapso da placa para o modo crítico mínimo.

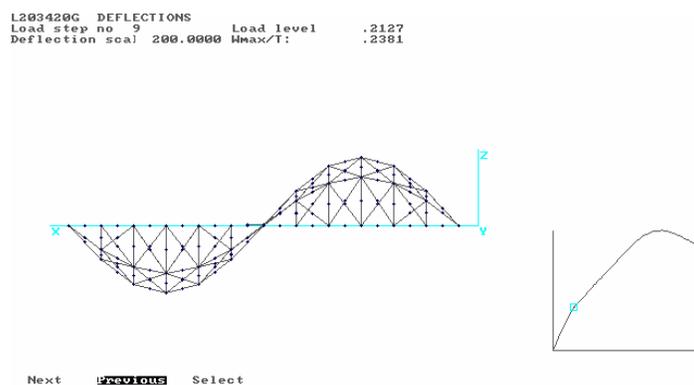


Figura 18 Deformada da placa G antes do colapso. O gráfico à direita indica o ponto de carga da curva força-deslocamento.

A degradação de resistência resultante de um modo de colapso ternário ocorrido nas placas D e H, levanta a questão acerca das condições em que esta degradação ocorre. Ela é, concerteza, resultante da amplitude da componente ternária inicial ou gerada durante a deformação sob carregamento. A resistência da placa I comprova esta previsão porque a existência de uma importante componente ternária conduz a um colapso em $m=3$ com resistência muito baixa apesar da existência de uma componente em $m=2$. Na placa J mantiveram-se os valores das amplitudes das distorções mas inverteu-se a importância das suas componentes e assistiu-se a um modo de colapso diferente com resistência muito superior, +16%. No entanto, a resistência desta placa é inferior em 4,5% à da placa com as mesmas amplitudes de distorções mas onde a terceira componente não está presente, placa A.

Pode-se, então, concluir que a presença de uma componente ternária não negligenciável degrada a resistência das placas de razão de dimensões igual a 2. Eventualmente, semelhante conclusão pode ser aplicada a outras razões de dimensões devido ao facto de modos de ordem superior ao crítico induzirem um colapso local mais pronunciado.

4 CONCLUSÕES

O modo de colapso é o principal factor que condiciona o nível de resistência das placas esbeltas. O modo de colapso é função de duas condições iniciais, a saber, a amplitude máxima

e a amplitude relativa dos diversos modos das imperfeições iniciais sendo a segunda condição mais importante do que a primeira. A geometria inicial anteriormente referida afecta bastante o comportamento das placas durante a fase de pré colapso mas o regime pós colapso é pouco sensível às condições iniciais, o que pode ser justificado pelo desenvolvimento de grandes deformações em todos os casos que tornam irrelevantes os efeitos das condições iniciais. Por outro lado, o colapso é quase sempre muito localizado pelo que as condições gerais iniciais da placa pouco vão afectar a resistência pós colapso.

As variações de resistência encontradas são elevadas, entre 0,711 e 0,485 com um valor médio de 0,572 e um COV de 9,9%, pelo que se pode afirmar que é necessário fazer depender a previsão de resistência das imperfeições iniciais. Para tal torna-se imperioso determinar, com precisão, os modos e amplitudes das imperfeições presentes em placas reais e considerar o modo inicial mais provável.

REFERÊNCIAS

- [1] Jazukiewicz, A., Kmiecik, M., Taczala, M. e Majka, K. System of programs for IBM PC/AT for nonlinear analysis of plates and panels by finite element method. *Budowinictwo i Gospodarka Morska*. **1990**; 11(12).
- [2] Guedes Soares, C. Design equation for ship plate elements under uniaxial compression. *Journal of Constructional Steel Research*. **1992**; 22:99-114.
- [3] Kmiecik, M. The influence of imperfections on the load carrying capacity of plates under uniaxial compression. *Ship Technology Research*. **1992**; 39:17-27.
- [4] Guedes Soares, C. Design equation for the compressive strength of unstiffened plate elements with initial imperfections. *Journal of Constructional Steel Research*. **1988**; 9: 287-310.
- [5] Valsgard, S. Ultimate capacity of plates in biaxial in-plane compression. **1979** (Veritas; 78 (678)). Report.
- [6] Faulkner, D. A review of effective plating for use in the analysis of stiffened plating in bending and compression. *Journal of Ship Research*. **1975**; 19:1-17.
- [7] Carlsen, C. A. e Czujko, J. The specification of tolerances for post welding distortion of stiffened plates in compression. *The Structural Engineer*. **1978**; 56 A(5):133-141.
- [8] Mansour, A. E.; Yang, J. M., e Thayamballi, A. K.. "An experimental investigation of ship hull ultimate strength". *SNAME meeting*: SNAME; **1990**: 13.1-13.25.
- [9] Murray, J. M. Notes on deflected plating in tension and compression. *Trans. INA*. **1945**; 87.
- [10] Dwight, J. B. and Little, G. H. *Tests on transverse welded box columns*. Cambridge University; **1972**; Report CUED/C Struct/TR24. (Engin. Depart.).
- [11] Frieze, P. A.; Dowling, P. J., e Hobbs, R. H. Ultimate load behaviour of plates in compression. *Steel Plated Structures*. P. J. Dowling *et al.* ed. London: Crosby Lockwood Staples; **1977**; pp. 24-50.
- [12] Dwight, J. B. e Ractliffe, A. T. The strength of thin plates in compression. *Thin-Walled Structures*. **1969**.